ISTITUTO di ISTRUZIONE SUPERIORE - " G. Cigna"- Mondovì

Anno Scolastico 2023 - 2024

PROGRAMMA SVOLTO DI MATEMATICA

CLASSE: **5^A BA**

Docente: **Prof.ssa SILVIA GARELLI**

Testi adottati:

- M.Bergamini, A. Trifone, G. Barozzi "MATEMATICA.VERDE con TUTOR " Vol. 4A-4B – Ed. Zanichelli
- M.Bergamini, A. Trifone, G. Barozzi "MATEMATICA.VERDE con TUTOR " Vol. 5 – Ed. Zanichelli

ARGOMENTI SVOLTI

RACCORDO tra la classe quarta e la classe quinta
Argomenti di ripasso & approfondimento

- Funzioni. Definizione di funzione e grafici di funzioni elementari
- Limiti. Calcolo di limite; eliminazione delle forme indeterminate $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0\cdot\infty$, $+\infty-\infty$; teorema di De L'Hospital
- Funzioni continue. Definizione; punti di discontinuità e classificazione
- Derivate. Definizione di rapporto incrementale e di derivata; significato geometrico di derivata prima; derivate elementari; regole di derivazione (somma, sottrazione, prodotto, quoziente, potenza, funzione composta); differenziale di una funzione
- Studio di funzione. Articolazione dei punti dello studio di una funzione e rappresentazione del grafico: campo di esistenza, simmetrie (pari/dispari), intersezione con gli assi, studio del segno, utilizzo dei limiti e determinazione degli asintoti, determinazione di massimi, minimi e flessi; studio del grafico di una funzione che, da approssimato, diventa sempre più preciso, man mano che ci si appropria di nuovi strumenti di lavoro.
- Dal grafico della funzione y=f(x) rappresentare il grafico della derivata prima y =f'(x) e, viceversa, dal grafico della deriva prima y=f'(x) saper rappresentare un grafico della funzione y=f(x).

È stato analizzato prevalentemente lo studio completo di funzioni algebriche (razionali e irrazionali), esponenziali e logaritmiche; sono stati effettuati soltanto cenni allo studio di funzioni goniometriche

INTEGRALI INDEFINITI
Argomenti

- Integrale indefinito e proprietà.

  Primitive di una funzione; definizione di integrale indefinito come insieme di primitive e operatore inverso della derivata; proprietà dell'integrale indefinito come operatore lineare: $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$ e $\int k \cdot f(x)dx = k\int f(x)dx$.

- Integrali indefiniti immediati.

  Determinazione delle primitive di funzioni elementari: 1, k, x, x^α, $\frac{1}{x}$, senx, cosx, e^x, a^x, $\frac{1}{\cos^2 x}$, $\frac{1}{x^2+1}$, $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; determinazione di una particolare primitiva passante per un punto di coordinate assegnate; dal grafico di una funzione rappresentare il grafico di una primitiva; integrali di funzioni composte riconducibili a integrali immediati del tipo: $\int [f(x)]^\alpha f'(x)dx$, $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx$, $\int sen[f(x)]f'(x)dx$, $\int \cos[f(x)]f'(x)dx$, $\int e^{f(x)} f'(x)dx$, $\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2+1}dx$, $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}dx$; integrali riconducibili all'arcotangente e all'arcoseno del tipo: $\int \frac{1}{x^2+m^2}dx = \frac{1}{m} arctg \frac{x}{m} + c$, $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = arcsen\frac{x}{a} + c$, $\int \frac{1}{(x+k)^2+m^2}dx = \frac{1}{m} arctg \frac{x+k}{m} + c$, $\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2+m^2}dx = \frac{1}{m} arctg \frac{f(x)}{m} + c$.

- Integrazione per sostituzione.
- Integrazione per parti (con dimostrazione della formula a partire dalla derivata del prodotto).
- Particolari integrali calcolabili per sostituzione o per parti: integrali ciclici e del tipo $\int \sqrt{a^2-x^2}dx$
- Integrazione delle funzioni razionali fratte.

  Calcolo dell'integrale $\int \frac{N(x)}{D(x)}dx$, dove N(x) e D(x) sono polinomi nella variabile x, nei seguenti casi:
  - grado N(x) ≥ grado D(x): divisione di polinomi;
  - grado N(x) < grado D(x) e il numeratore N(x) è riconducibile alla derivata del denominatore D(x);
  - integrale nella forma: $\int \frac{px+q}{ax^2+bx+c}dx$ con $\Delta > 0$ o $\Delta = 0$: decomposizione in fratti semplici;
  - integrale nella forma: $\int \frac{q}{ax^2+bx+c}dx$ con $\Delta < 0$: metodo del completamento del quadrato con riconduzione all'arcotangente;
  - integrale nella forma: $\int \frac{px+q}{ax^2+bx+c}dx$ con $\Delta < 0$: riconduzione della funzione integranda alla somma tra una funzione il cui numeratore è riconducibile alla derivata del denominatore e una funzione del caso precedente;
  - denominatore di grado superiore al secondo scomponibile in fattori di primo grado: decomposizione in fratti semplici (cenni).

INTEGRALI DEFINITI
Argomenti

- Introduzione dell'integrale definito come limite comune di due successioni.

  Il problema del calcolo dell'area di un trapezoide individuato da una funzione y=f(x) continua e non negativa in un intervallo [a ; b]; costruzione del plurirettangolo inscritto e circoscritto e teorema di Bolzano-Weierstrass; somma integrale inferiore s_n e superiore S_n; definizione di integrale definito $\int_a^b f(x)dx$ come $\lim_{n\to+\infty} s_n = \lim_{n\to+\infty} S_n$ = S; estensione al caso in cui y=f(x) sia negativa o di segno qualsiasi in [a ; b].

- Proprietà dell'integrale definito e teorema della media

  Operatore lineare (estensione dell'integrale indefinito) e proprietà: $\int_a^a f(x)dx = 0$; $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$; $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ dove $c \in (a;b)$; teorema del valor medio: $\frac{\int_a^b f(x)dx}{b-a} = f(c) = V_m$ con dimostrazione e relativa interpretazione geometrica nel caso in cui f(x) sia non negativa in [a ; b]

- Teorema fondamentale del calcolo integrale

  Definizione di funzione integrale y = F(x) = $\int_a^x f(t)dt$; teorema fondamentale del calcolo integrale di Torricelli-Barrow (con dimostrazione); formula fondamentale del calcolo integrale di Newton-Leibniz: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ (con dimostrazione).

- Calcolo di aree di superfici piane

  Calcolo dell’area della regione di piano compresa tra il grafico di una funzione y=f(x) e l’asse x nei casi in cui y=f(x) è rappresentata da: retta, parabola, y $=x^3$, iperbole equilatera, funzione esponenziale, logaritmica, seno, coseno e tangente; osservazione sul calcolo dell’area di funzioni pari o dispari in un intervallo del tipo [-a ; a]; calcolo dell’area della regione di piano compresa tra il grafico di due funzioni; teorema di Archimede per il calcolo dell’area del segmento parabolico; calcolo dell’area compresa tra il grafico una funzione qualsiasi (da studiare) e l’asse x; problemi di calcolo di area tra il grafico di una funzione e le rette tangenti condotte da due suoi punti; problemi sul calcolo di area.

- Calcolo del volume di un solido di rotazione

  Volume del solido ottenuto dalla rotazione del grafico di una funzione y=f(x) continua in [a ; b] attorno all’asse x, con dimostrazione della formula $V=\pi\int_a^b [f(x)]^2 dx$

INTEGRALI IMPROPRI
Argomenti
- Ripasso della classificazione dei punti di discontinuità di una funzione
- Integrale improprio di una funzione in un intervallo illimitato
- Integrale improprio di una funzione con un numero finito di punti di discontinuità in [a;b]
- Calcolo di integrali impropri convergenti attraverso la definizione

EQUAZIONI DIFFERENZIALI DEL PRIMO ORDINE
Argomenti
- Definizione di equazione differenziale di ordine n
- Integrale generale e particolare
- Definizione di equazione differenziale del primo ordine
- Problema di Cauchy del primo ordine.
- Equazioni immediate: y’ = f(x).
- Equazioni a variabili separabili: $q(y)dy = p(x)dx$
- Equazioni lineari: $y'+a(x)y=b(x)$ e relativa risoluzione attraverso il prodotto per il fattore integrante o attraverso la formula $y=e^{-\int a(x)dx}\cdot\left[\int b(x)\cdot e^{\int a(x)dx}dx+c\right]$ (dimostrata).
- Applicazione delle equazioni differenziali a problemi della realtà.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI DEL SECONDO ORDINE
Argomenti
- Definizione di equazione differenziale del secondo ordine
- Equazioni del tipo: y’’ = f(x) di risoluzione immediata attraverso due integrazioni successive.
- Equazioni lineari omogenee a coefficienti costanti: $ay''+by'+cy=0$; equazione caratteristica (con dimostrazione); risoluzione nei casi $\Delta>0$, $\Delta=0$ e $\Delta<0$.
- Problema di Cauchy del secondo ordine.
- Equazioni complete: $ay''+by'+cy=r(x)$ e relativa risoluzione nel caso in cui r(x) sia un polinomio.

Competenze di cittadinanza
Si è cercato di utilizzare, per quanto possibile, i contenuti trattati come strumento per affrontare problemi della realtà, individuare collegamenti e relazioni, interpretare il significato di grafici e sviluppare la capacità di argomentare.

Mondovì, 29 maggio 2024

L’insegnante prof.ssa Silvia Garelli

I rappresentanti di classe